

LABORATORIO # 4

1. Dados los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\begin{aligned}5x_1 + 10x_2 + 6x_3 + 2x_4 &= 2 \\8x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 1x_4 &= 0 \\10x_1 + 10x_2 + 6x_3 + 7x_4 &= 8 \\8x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 8x_4 &= 8\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}6x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 &= 0,0 \\2x_1 + 4x_2 + x_3 &= 7,0 \\x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 &= -1,0 \\-x_1 - x_3 + 3x_4 &= -2,0\end{aligned}\tag{2}$$

se quiere hallar una descomposición para cada matriz de coeficientes, ya sea usando la factorización LU o Cholesky.

- ¿Cuál de las matrices dadas podría tener una descomposición de Cholesky?. Explique.
- Para la matriz que podría admitir una descomposición de Cholesky, aplique el algoritmo de Cholesky programado por usted en Matlab.
- Para la matriz que no admite una descomposición de Cholesky, aplique el algoritmo de descomposición LU programado por usted en Matlab.
- Resuelva los sistemas lineales usando la factorización correspondiente para cada matriz de coeficientes. Debe usted programar dicha resolución.
- Tomando en cuenta los resultados obtenidos, ¿Podría asegurarse que alguna de las matrices dadas es positivo definida?. Explique.

2. Responda las siguientes preguntas

a) ¿Los métodos de Jacobi y Gauss Seidel convergen para sistemas lineales cuyas matrices no sean diagonal dominantes?

b) Dado el sistema de ecuaciones:

$$x + z = 2$$

$$-x + y = 0$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

¿Es la matriz diagonal dominante?. La solución analítica de este sistema viene dada por $x = 1, y = 1, z = 1$, aplique los métodos Jacobi y Gauss- Seidel para diferentes valores iniciales. ¿Los métodos convergen a la solución dada?, en caso afirmativo, ¿Para que valores iniciales?

3) Desarrolle las siguientes preguntas.

a) Escriba una función en que calcule la norma p de la matriz de iteración del Método de Jacobi. La función debe recibir como *input* la matriz A y el valor de p ($1, 2, Inf$).

b) Considere la matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$ ¿ A es diagonal dominante? Use la función

programada en el ítem anterior para calcular la norma $1, 2, Inf$ de la matriz de iteración de Jacobi. ¿Considera Ud. que el método converge? Justifique.